

Correction : représentation paramétrique d'une droite de l'espace

www.bossetesmaths.com

Exercice 1

Points $A(5 ; -1 ; -2)$ et $B(-3 ; 1 ; -1)$.

* Le point $A(5 ; -1 ; -2) \in (AB)$.

* $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 - 5 \\ 1 + 1 \\ -1 + 2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) .

Voici une représentation paramétrique de la droite (AB) :

$$\begin{cases} x = -8t + 5 \\ y = 2t - 1 \\ z = t - 2 \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbf{R}.$$

Exercice 2

$$\text{Droite } d : \begin{cases} x = -4t - 2 \\ y = t + 3 \\ z = -t - 1 \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbf{R}.$$

1) Le point $A(-2 ; 3 ; 1)$ appartient à la droite d .

Le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est vecteur directeur de la droite d .

2) Cherchons $t \in \mathbf{R}$ tel que :

$$\begin{cases} 14 = -4t - 2 \\ -1 = t + 3 \\ 3 = -t - 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 4t = -2 - 14 \\ t = -1 - 3 \\ t = -1 - 3 \end{cases} \iff \begin{cases} 4t = -16 \\ t = -4 \end{cases} \iff \begin{cases} t = \frac{-16}{4} \\ t = -4 \end{cases} \iff t = -4.$$

Donc le point $D(14 ; -1 ; 3)$ appartient à la droite d .

3) Cherchons $t \in \mathbf{R}$ tel que :

$$\begin{cases} 10 = -4t - 2 \\ -1 = t + 3 \\ -2 = -t - 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 4t = -2 - 10 \\ t = -1 - 3 \\ t = -1 + 2 \end{cases} \iff \begin{cases} 4t = -12 \\ t = -4 \\ t = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} t = \frac{-12}{4} \\ t = -4 \\ t = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} t = -3 \\ t = -4 \\ t = 1 \end{cases}.$$

Absurde! Donc le point $E(10 ; -1 ; -2)$ n'appartient pas à la droite d .

4) * Le point $E(10 ; -1 ; -2)$ appartient à la droite d' .

* Comme d est parallèle à d' , le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ (vecteur directeur de d) est aussi un vecteur directeur de d' .

On en déduit une représentation paramétrique de la droite d' :

$$\begin{cases} x = -4k + 10 \\ y = k - 1 \\ z = -k - 2 \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbf{R}.$$

Exercice 3

$$\text{Droite } d \text{ de représentation paramétrique : } \begin{cases} x = t + 2 \\ y = \frac{1}{3}t \\ z = -3t - 1 \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbf{R}.$$

$$\text{Droite } d' \text{ de représentation paramétrique : } \begin{cases} x = 3k - 1 \\ y = k + 6 \\ z = -9k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbf{R}.$$

Le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3} \\ -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d .

Le vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -9 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d' .

On remarque que $\vec{v} = 3\vec{u}$

donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires

donc les droites d et d' sont parallèles.