Correction : inéquation quotient

www.bossetesmaths.com

Exercice

1) $\boxed{\dfrac{2+x}{6x-3} > 0}$.

* Valeur interdite : $6x-3=0 \iff 6x=3 \iff x=\dfrac{3}{6} \iff x=\dfrac{1}{2}$.

* $2+x=0 \iff x=-2$.

x	$-\infty$		-2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x-5$		$-$	|	$-$	0	$+$	$(m=2)$
$3x+6$		$-$	0	$+$	|	$+$	$(m=3)$
$(2x-5)(3x+6)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{2+x}{6x-3} > 0$ est $\boxed{\mathscr{S} =]-\infty\,;\,-2[\cup \left]\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[}$.

2) $\boxed{\dfrac{-3x+5}{4x+2} \leqslant 0}$.

* Valeur interdite : $4x+2=0 \iff 4x=-2 \iff x=\dfrac{-2}{4} \iff x=-\dfrac{1}{2}$.

* $-3x+5=0 \iff 5=3x \iff \dfrac{5}{3}=x \iff x=\dfrac{5}{3}$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$-3x+5$		$+$	|	$+$	0	$-$	$(m=-3)$
$4x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	$(m=4)$
$\frac{-3x+5}{4x+2}$		$-$	||	$+$	0	$-$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{-3x+5}{4x+2} \leqslant 0$ est $\boxed{\mathscr{S} = \left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[\cup \left[\dfrac{5}{3}\,;\,+\infty\right[}$.

3) $\boxed{\dfrac{6-3x}{2x-6} \geqslant 0}$.

* Valeur interdite : $2x-6=0 \iff 2x=6 \iff x=\dfrac{6}{2} \iff x=3$.

* $6-3x=0 \iff 6=3x \iff \dfrac{6}{3}=x \iff x=2$.

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$6-3x$		$+$	0	$-$	|	$-$	$(m=-3)$
$2x-6$		$-$	|	$-$	0	$+$	$(m=2)$
$\frac{6-3x}{2x+6}$		$-$	0	$+$	||	$-$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{6-3x}{2x-6} \geqslant 0$ est $\boxed{\mathscr{S} = [2\,;\,3[}$.

4) $\boxed{\dfrac{(x^2+1)(4x-1)}{2x+5}<0}$.

* Valeur interdite : $2x+5=0 \iff 2x=-5 \iff x=-\dfrac{5}{2}$.

* $x^2+1=0 \iff x^2=-1$: impossible car un carré est toujours positif ou nul.

* $4x-1=0 \iff 4x=1 \iff x=\dfrac{1}{4}$.

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
x^2+1		$+$	|	$+$	|	$+$	
$4x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	$(m=4)$
$2x+5$		$-$	0	$+$	|	$+$	$(m=2)$
$\frac{(x^2+1)(4x-1)}{2x+5}$		$+$	||	$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{(x^2+1)(4x-1)}{2x+5}<0$ est $\boxed{\mathscr{S}=\left]-\dfrac{5}{2}\,;\,\dfrac{1}{4}\right[}$.

5) $\boxed{\dfrac{(6-4x)(2x+3)}{x^2(4x+6)}\leqslant 0}$.

* Valeurs interdites : $x^2(4x+6)=0 \iff x^2=0$ ou $4x+6=0 \iff x=0$ ou $4x=-6 \iff x=0$ ou $x=\dfrac{-6}{4}$

$\iff x=0$ ou $x=-\dfrac{3}{2}$.

* $6-4x=0 \iff 6=4x \iff \dfrac{6}{4}=x \iff x=\dfrac{3}{2}$.

* $2x+3=0 \iff 2x=-3 \iff x=-\dfrac{3}{2}$.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$6-4x$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	$(m=-4)$
$2x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	$(m=2)$
x^2		$+$	|	$+$	0	$+$	|	$+$	
$4x+6$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	$(m=4)$
$\frac{(6-4x)(2x+3)}{x^2(4x+6)}$		$+$	||	$+$	||	$+$	0	$-$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{(6-4x)(2x+3)}{x^2(4x+6)}\leqslant 0$ est $\boxed{\mathscr{S}=\left[\dfrac{3}{2}\,;\,+\infty\right[}$.

6) $\boxed{\dfrac{(2-x)^2(4x-3)}{(x+3)(-2x+6)}\geqslant 0}$.

* Valeurs interdites : $(x+3)(-2x+6)=0 \iff x+3=0$ ou $-2x+6=0 \iff x=-3$ ou $6=2x \iff x=-3$ ou $\dfrac{6}{2}=x$

$\iff x=-3$ ou $x=3$.

* $(2-x)^2=0 \iff 2-x=0 \iff 2=x \iff x=2$.

* $4x-3=0 \iff 4x=3 \iff x=\dfrac{3}{4}$.

x	$-\infty$		-3		$\frac{3}{4}$		2		3		$+\infty$
$(2-x)^2$		$+$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$4x-3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	$(m=4)$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	$(m=1)$
$-2x+6$		$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	$(m=-2)$
$\dfrac{(2-x)^2(4x-3)}{(x+3)(-2x+6)}$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	0	$+$	$\|$	$-$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{(2-x)^2(4x-3)}{(x+3)(-2x+6)} \geqslant 0$ est $\boxed{\mathscr{S} =]-\infty\,;\,-3[\cup \left[\frac{3}{4}\,;\,3\right[}$.