Correction : calculer des probabilités avec une loi normale

www.bossetesmaths.com

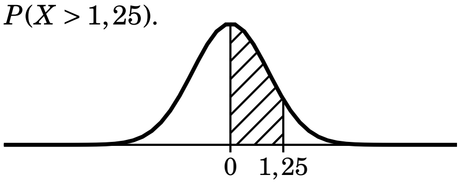
Exercice 1

La variable aléatoire X suit la loi normale centrée réduite, c'est-à-dire avec les paramètres $\boxed{\mu = 0 \text{ et } \sigma = 1}$.

1) $P(-0,5 < X < 2)$ s'obtient sur la calculatrice en tapant "NormalFrep(−0.5,2,0,1)". On obtient : $\boxed{P(-0,5 < X < 2) \approx 0,669}$.

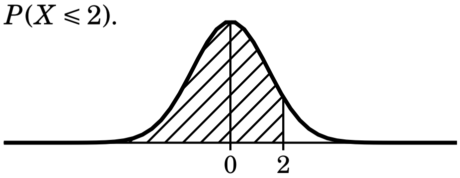
2) $P(-6 \leqslant X \leqslant -1)$ s'obtient sur la calculatrice en tapant "NormalFrep(−6,−1,0,1)". On obtient : $\boxed{P(-6 \leqslant X \leqslant -1) \approx 0,159}$.

3) $P(X > 1,25)$.



$P(X > 1,25) = 0,5 - P(0 \leqslant X \leqslant 1,25)$.
On tape "0.5−NormalFrep(0,1.25,0,1)" sur la calculatrice et on obtient : $\boxed{P(X > 1,25) \approx 0,106}$.

4) $P(X \leqslant 2)$.



$P(X \leqslant 2) = 0,5 + P(0 \leqslant X \leqslant 2)$.
On tape "0.5+NormalFrep(0,2,0,1)" sur la calculatrice et on obtient : $\boxed{P(X \leqslant 2) \approx 0,977}$.

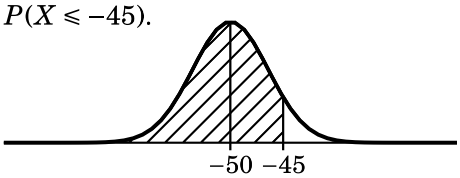
Exercice 2

La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance mathématique −50 et d'écart-type 20, c'est-à-dire avec les paramètres $\boxed{\mu = -50 \text{ et } \sigma = 20}$.

1) $P(-60 \leqslant X \leqslant -10)$ s'obtient sur la calculatrice en tapant "NormalFrep(−60,−10,−50,20)".
On obtient : $\boxed{P(-60 \leqslant X \leqslant -10) \approx 0,669}$.

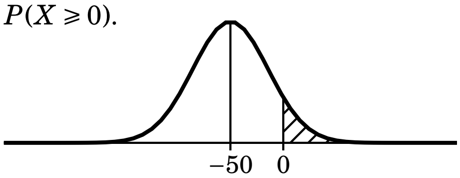
2) $P(-30 \leqslant X \leqslant 10)$ s'obtient sur la calculatrice en tapant "NormalFrep(−30,10,−50,20)".
On obtient : $\boxed{P(-30 \leqslant X \leqslant 10) \approx 0,157}$.

3) $P(X \leqslant -45)$.



$P(X \leqslant -45) = 0,5 + P(-50 \leqslant X \leqslant -45)$.
On tape "0.5+NormalFrep(−50,−45,−50,20)" sur la calculatrice et on obtient : $\boxed{P(X \leqslant -45) \approx 0,598}$.

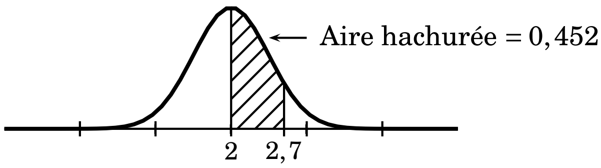
4) $P(X \geqslant 0)$.



$P(X \geqslant 0) = 0,5 - P(-50 \leqslant X \leqslant 0)$.
On tape "0.5−NormalFrep(−50,0,−50,20)" sur la calculatrice et on obtient : $\boxed{P(X \geqslant 0) \approx 0,006}$.

✎ Exercice 3

La variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance mathématique 2, soit $\boxed{\mu = 2}$.



* $P(X < 2,7) = 0,5 + P(2 \leqslant X \leqslant 2,7) = 0,5 + 0,452 = \boxed{0,952}$.
* $P(X > 2,7) = 0,5 - P(2 \leqslant X \leqslant 2,7) = 0,5 - 0,452 = \boxed{0,048}$.

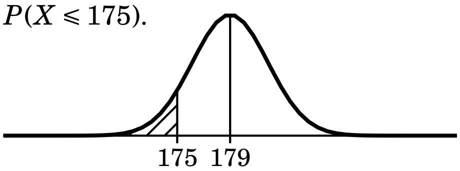
Autre méthode : $P(X > 2,7) = 1 - P(X < 2,7) = 1 - 0,952 = 0,048$.

✎ Exercice 4

Une enquête a montré que la taille des hommes français suit la loi normale d'espérance 179 cm et d'écart-type 6 cm, c'est-à-dire avec les paramètres $\boxed{\mu = 179 \text{ et } \sigma = 6}$.
On mesure un homme français choisi au hasard dans la population.
Notons X sa taille en cm.

a) $P(177 < X < 182)$ s'obtient sur la calculatrice en tapant "NormalFrep(177,182,179,6)".
On obtient : $\boxed{P(177 < X < 182) \approx 0,32}$.
$\boxed{\text{La probabilité pour que l'homme mesure entre 177 cm et 182 cm est d'environ } 0,32}$.

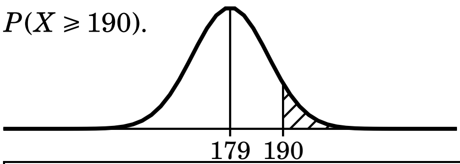
b) $P(X \leqslant 175)$.



$P(X \leqslant 175) = 0,5 - P(175 \leqslant X \leqslant 179)$.
On tape "0.5−NormalFrep(175,179,179,6)" sur la calculatrice et on obtient : $\boxed{P(X \leqslant 175) \approx 0,25}$.

$\boxed{\text{La probabilité pour que l'homme mesure moins de 175 cm est d'environ } 0,25}$.

c) $P(X \geqslant 190)$.



$P(X \geqslant 190) = 0,5 - P(179 \leqslant X \leqslant 190)$.
On tape "0.5−NormalFrep(179,190,179,6)" sur la calculatrice et on obtient : $\boxed{P(X \geqslant 190) \approx 0,03}$.

$\boxed{\text{La probabilité pour que l'homme mesure plus de 190 cm est d'environ } 0,03}$.

d) $P_{X \geqslant 175}(X \leqslant 180) = \dfrac{P(175 \leqslant X \leqslant 180)}{P(X \geqslant 175)}$ (d'après la formule des probabilités conditionnelles : $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$)

$= \dfrac{P(175 \leqslant X \leqslant 180)}{0,5 + P(175 \leqslant X \leqslant 179))}$.

On tape à la calculatrice : $\dfrac{\text{NormalFrep}(175, 180, 179, 6)}{0.5 + \text{NormalFrep}(175, 179, 179, 6)}$ et on obtient : $\boxed{P_{X \geqslant 175}(X \leqslant 180) \approx 0,42}$.

$\boxed{\text{La probabilité que l'homme mesure moins de 180 cm sachant qu'il mesure plus de 175 cm est d'environ } 0,42}$.