Démonstration des variations de la fonction inverse

www.bossetesmaths.com

✎ Démonstration 1

Démontrer que la fonction inverse f est strictement décroissante sur $]-\infty\,;\,0[$.

Démonstration :

Soit a et b dans $]-\infty\,;\,0[$ tels que $\boxed{a<b}$.

$f(a)-f(b)=\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{b}{ab}-\dfrac{a}{ab}=\dfrac{b-a}{ab}$.

• $a<b$ donc $b-a>0$.

• $a<b<0$ donc $ab>0$ (le produit de 2 nombres strictement négatifs est strictement positif).

Par quotient de deux nombres strictement positifs, on a : $f(a)-f(b)>0$ d'où $\boxed{f(a)>f(b)}$.

<u>Conclusion</u> : la fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty\,;\,0[$.

✎ Démonstration 2

Démontrer que la fonction inverse f est strictement décroissante sur $]0\,;\,+\infty[$.

Démonstration :

Soit a et b dans $]0\,;\,+\infty[$ tels que $\boxed{a<b}$.

$f(a)-f(b)=\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{b}{ab}-\dfrac{a}{ab}=\dfrac{b-a}{ab}$.

• $a<b$ donc $b-a>0$.

• $0<a<b$ donc $ab>0$ (le produit de 2 nombres strictement positifs est strictement positif).

Par quotient de deux nombres strictement positifs, on a : $f(a)-f(b)>0$ d'où $\boxed{f(a)>f(b)}$.

<u>Conclusion</u> : la fonction inverse est strictement décroissante sur $]0\,;\,+\infty[$.