Correction : inéquation produit

www.bossetesmaths.com

✎ Exercice 1 (Comme dans la vidéo)

1) $\boxed{(2x-5)(3x+6)>0}$.

* $2x-5=0 \iff 2x=5 \iff x=\frac{5}{2}$.

* $3x+6=0 \iff 3x=-6 \iff x=\frac{-6}{3} \iff x=-2$.

x	$-\infty$		-2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x-5$		$-$		$-$	0	$+$	$(m=2)$
$3x+6$		$-$	0	$+$		$+$	$(m=3)$
$(2x-5)(3x+6)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $(2x-5)(3x+6)>0$ est $\boxed{\mathscr{S}=]-\infty\,;\,-2[\cup\left]\frac{5}{2}\,;\,+\infty\right[}$.

2) $\boxed{(4-3x)(6x-2)\leqslant 0}$.

* $4-3x=0 \iff 4=3x \iff 3x=4 \iff x=\frac{4}{3}$.

* $6x-2=0 \iff 6x=2 \iff x=\frac{2}{6} \iff x=\frac{1}{3}$.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$4-3x$		$+$		$+$	0	$-$	$(m=-3)$
$6x-2$		$-$	0	$+$		$+$	$(m=6)$
$(4-3x)(6x-2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $(4-3x)(6x-2)\leqslant 0$ est $\boxed{\mathscr{S}=\left]-\infty\,;\,\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{4}{3}\,;\,+\infty\right[}$.

3) $\boxed{-2(5+x)(4x-2)\geqslant 0}$.

* $5+x=0 \iff x=-5$.

* $4x-2=0 \iff 4x=2 \iff x=\frac{2}{4} \iff x=\frac{1}{2}$.

x	$-\infty$		-5		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
-2		$-$		$-$		$-$	
$5+x$		$-$	0	$+$		$+$	$(m=1)$
$4x-2$		$-$		$-$	0	$+$	$(m=4)$
$-2(5+x)(4x-2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $-2(5+x)(4x-2)\geqslant 0$ est $\boxed{\mathscr{S}=\left[-5\,;\,\frac{1}{2}\right]}$.

4) $\boxed{(-2x-1)(5-2x)<0}$.

* $-2x-1=0 \iff -2x=1 \iff x=\dfrac{1}{-2} \iff x=-\dfrac{1}{2}$.

* $5-2x=0 \iff 5=2x \iff 2x=5 \iff x=\dfrac{5}{2}$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$-2x-1$		$+$	0	$-$		$-$	$(m=-2)$
$5-2x$		$+$		$+$	0	$-$	$(m=-2)$
$(-2x-1)(5-2x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $(-2x-1)(5-2x)<0$ est $\boxed{\mathscr{S}=\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ \dfrac{5}{2}\right[}$.

5) $\boxed{(12-6x)(3x+1)(5-10x)\leqslant 0}$.

* $12-6x=0 \iff 12=6x \iff 6x=12 \iff x=\dfrac{12}{6} \iff x=2$.

* $3x+1=0 \iff 3x=-1 \iff x=-\dfrac{1}{3}$.

* $5-10x=0 \iff 5=10x \iff 10x=5 \iff x=\dfrac{5}{10} \iff x=\dfrac{1}{2}$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$12-6x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	$(m=-6)$
$3x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	$(m=3)$
$5-10x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	$(m=-10)$
$(12-6x)(3x+1)(5-10x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $(12-6x)(3x+1)(5-10x)\leqslant 0$ est $\boxed{\mathscr{S}=\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{3}\right]\cup\left[\dfrac{1}{2}\ ;\ 2\right]}$.

✎ Exercice 2 (En factorisant)

1) $x(4-x)\leqslant(3-2x)(4-x) \iff x(4-x)-(3-2x)(4-x)\leqslant 0 \iff (4-x)[x-(3-2x)]\leqslant 0 \iff (4-x)(x-3+2x)\leqslant 0$
$\iff (4-x)(3x-3)\leqslant 0$.

* $4-x=0 \iff 4=x \iff x=4$.

* $3x-3=0 \iff 3x=3 \iff x=\dfrac{3}{3} \iff x=1$.

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$4-x$		$+$		$+$	0	$-$	$(m=-1)$
$3x-3$		$-$	0	$+$		$+$	$(m=3)$
$(4-x)(3x-3)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $x(4-x)\leqslant(3-2x)(4-x)$ est $\boxed{\mathscr{S}=]-\infty\ ;\ 1]\cup[4\ ;\ +\infty[}$.

2) $x^2(2-x)-x^2(4x+1)>0 \iff x^2[(2-x)-(4x+1)]>0 \iff x^2(2-x-4x-1)>0 \iff x^2(1-5x)>0$.

* $x^2=0 \iff x=0$.

* $1-5x=0 \iff 1=5x \iff 5x=1 \iff x=\dfrac{1}{5}$.

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{5}$		$+\infty$
x^2		$+$	0	$+$	|	$+$	
$1-5x$		$+$	|	$+$	0	$-$	$(m=-5)$
$x^2(1-5x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2(2-x)-x^2(4x+1)>0$ est $\boxed{\mathscr{S}=]-\infty\ ;\ 0[\cup\left]\frac{1}{5}\ ;\ +\infty\right[}$.