Exercices : montrer qu'une suite est ou n'est pas géométrique

www.bossetesmaths.com

✎ Exercice 1 (Montrer qu'une suite n'est pas géométrique)

Dans chacun des cas ci-dessous, montrer que la suite (u_n) n'est pas géométrique.

a) Pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n = 6n - 2n^2 + 1$.

b) Pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n = 1 + 3\sqrt{n}$.

c) Pour tout $n \in \mathbf{N}^*$, $u_n = 4 - \dfrac{2}{n}$.

d) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 + 3 \text{ pour tout } n \in \mathbf{N}. \end{cases}$

✎ Exercice 2 (Montrer qu'une suite est géométrique)

Dans chacun des cas ci-dessous, montrer que la suite (u_n) est géométrique et donner sa raison et son premier terme.

a) Pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n = -4 \times 5^n$.

b) Pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n = 2^{n+1} \times 3$.

c) Pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n = \dfrac{4}{3^n}$.

d) $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{5} \text{ pour tout } n \in \mathbf{N}. \end{cases}$

✎ Exercice 3 (Avec une suite auxiliaire - type bac ES)

a) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = -4 \\ u_{n+1} = 1{,}5u_n + 9 \text{ pour tout } n \in \mathbf{N}. \end{cases}$
On introduit la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbf{N}$ par : $v_n = u_n + 18$.
Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Donner sa raison et son premier terme.

b) On considère la suite (w_n) définie par : $\begin{cases} w_0 = 2 \\ w_{n+1} = \dfrac{1}{3}w_n - 2 \text{ pour tout } n \in \mathbf{N}. \end{cases}$
On introduit la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbf{N}$ par : $v_n = w_n + 3$.
Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Donner sa raison et son premier terme.

✎ Exercice 4 (Avec une suite auxiliaire - type bac S)

Soit (u_n) la suite réelle définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{1+u_n} \text{ pour tout entier naturel } n. \end{cases}$

1) **a)** Calculer u_1 et u_2.

b) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier les réponses.

2) On considère la suite de terme général $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$ pour tout entier naturel n.

a) Calculer v_0.

b) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et donner sa raison.

c) Exprimer v_n en fonction de n et déterminer la limite de (v_n).

d) Exprimer u_n en fonction de v_n et en déduire la limite de (u_n).